网络首发地址: http://kns.cnki.net/kcms/detail/42.1755.TJ.20200326.1451.005.html **期刊网址:** www.ship-research.com

引用格式: 吴文涛, 古楠, 彭周华, 等. 多领航者导引无人船集群的分布式时变队形控制 [J]. 中国舰船研究, 2020, 15(1): 21–30.

WU W T, GU N, PENG Z H, et al. Distributed time-varying formation control for unmanned surface vehicles guided by multiple leaders[J]. Chinese Journal of Ship Research, 2020, 15(1): 21–30.

多领航者导引无人船集群的分布式时变队形控制

扫码阅读全文

吴文涛, 古楠, 彭周华*, 刘陆, 王丹

大连海事大学 船舶电气工程学院, 辽宁 大连 116026

摘 要: [**目的**] 针对含有模型高度不确定性和未知海洋环境扰动的无人船集群, 研究多领航者导引的欠驱动无人船(USV)集群的分布式时变队形控制问题。[**方法**] 首先, 在运动学层级, 基于包含策略和路径操纵原理, 设计时变队形分布式制导律; 然后, 在动力学层级, 针对 USV 航行中存在的模型不确定性以及未知海洋环境扰动, 设计基于扩张状态观测器(ESO)的前向速度和艏摇角速度控制律, 减小模型不确定性和未知海洋环境扰动带来的影响; 最后, 进行级联系统稳定性分析和控制器有效性的仿真验证。[**结果**] 研究表明, 无人船集群采用的分布式时变编队闭环控制系统输入状态稳定, 仿真结果证明了控制方法的有效性。[**结论**] 所提出的控制器可以使无人船集群形成预定的时变编队队形, 并跟踪多领航者形成的凸包。

关键词: 欠驱动无人船; 制导和控制律; 时变队形控制; 多领航者; 扩张状态观测器

中图分类号: U674.91 **文献标志码:** A **DOI:** 10.19693/j.issn.1673-3185.01734

Distributed time-varying formation control for unmanned surface vehicles guided by multiple leaders

WU Wentao, *GU Nan*, *PENG Zhouhua**, *LIU Lu*, *WANG Dan*

Marine Electrical Engineering College, Dalian Maritime University, Dalian 116026, China

Abstract: [**Objectives**] This paper investigates the distributed time-varying formation control of a swarm of under-actuated Unmanned Surface vehicles (USVs) guided by multiple leaders in the presence of complex model uncertainties and unknown ocean disturbances. [**Methods**] At the kinematic level, distributed time-varying formation guidance laws are designed on the basis of the containment method and path maneuvering principle; at the kinetic level, the surge speed and yaw rate control laws are developed on the basis of the Extended State Observer (ESO) method such that the influences of the model uncertainties and unknown disturbances are mitigated. Further, cascade system stability analysis is undertaken, and the validity of the controller is demonstrated via a simulation. [**Results**] It shows that the closed-loop distributed time-varying formation control system for USV is input-to-state stable by the cascade system stability theory. The simulation results verify the effectiveness of the control method. [**Conclusions**] With the proposed controller, USVs are able to achieve the predefined time-varying formation while following the convex combination of multiple leaders.

Key words: under-actuated Unmanned Surface Vehicle (USV); guidance and control law; time-varying formation control; multiple leaders; Extended State Observer (ESO)

收稿日期: 2019–09–02 **修回日期:** 2019–11–25 **网络首发时间:** 2020–03–27 14:25

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (61673081, 51979020); 大连市杰出青年科技人才支持计划资助项目 (2018RJ08)

作者简介: 吴文涛, 男, 1995 年生, 硕士生。研究方向: 无人船集群路径控制。E-mail: wuwentaodlmu@gmail.com

古楠, 男, 1993 年生, 博士生。研究方向: 无人船集群控制。E-mail: gunandlmu@gmail.com

彭周华, 男, 1982 年生, 博士, 教授, 博士生导师。研究方向: 海洋航行器制导与控制, 无人船集群控制。E-mail: zhpeng@dlmu.edu.cn

刘陆, 1990 年生, 博士, 讲师, 硕士生导师。研究方向: 无人船制导与控制, 多无人船协同控制。Email: luliu@dlmu.edu.cn

王丹, 男, 1960 年生, 博士, 教授, 博士生导师。研究方向: 无人船编队控制, 电力电子技术。E-mail: dwang@dlmu.edu.cn

***通信作者:** 彭周华

0 引 言

近年来，随着通信技术和嵌入式系统性能的快速提高，推动了无人船（USV）、无人机（UAV）和移动机器人（Mobile Robot, MR）等智能化设备的不断发展。无人船作为一种新兴的水面无人平台,得到了广泛研究[1-5]。迄今，单个无人船已可完成目标及路径跟踪和避障等任务，但面对复杂的海情，尤其是在执行军事、救援和鱼群探测等任务时，对无人船的作业效率和快速性提出了更高要求，单个无人船的能力和效率一般难以满足需要[6-9]，而需要多个无人船或集群共同执行特定的作业任务。因此，为使无人船满足更高的应用要求，开展无人船编队的协同控制及提高智能化水平有着重要意义[10-11]。

目前，在无人船编队控制领域已开发了许多控制方法，其中具代表性的有基于图论的方法[12-13]、虚拟结构法[14]、领导跟随法[15]和人工势场法[16]等。上述方法中，基于图论的方法已得到深入研究。根据领导者类型，编队控制方法通常分为2 种：一种是由轨迹导引的协同控制，另一种是由路径导引的协同控制，后者的突出优势是空间约束和时间约束可以解耦[5, 17]。此外，对于编队控制问题，还开展了许多分布式会聚和分布式编队控制研究。基于上述研究，编队队形可由编队跟踪控制器来决定，具体模式包括分布式编队避碰跟踪、领导跟随等[18-21]。对于无人船集群的分布式编队控制，目前的主要研究方向是多个领航者导引的非时变队形控制，其不足之处在于，根据给定的通信拓扑只能保持队形固定，不能应需而变，即在需求改变时，需要改变拓扑结构才能实现期望的效果，缺乏灵活性。与非时变队形控制相比，多领航者导引的分布式时变队形控制方法既可使多个 USV 保持固定队形，也可产生时变队形，使其具有了队形灵活易变、操作简单等特点。若不执行任务，在多领航者的导引下，无人船集群可以采取固定的队形编队；若任务需求改变，则无需改变拓扑结构即可变换为所需的队形。

本文将主要研究含有模型不确定性和未知海洋环境扰动的欠驱动 USV 集群在多领航者导引下的分布式时变编队控制问题。首先，在运动学层级，基于包含策略和操纵性原理，设计分布式时变队形制导律，通过 USV 间及 USV 与领航者间的信息传递关系设计基本队形，该制导律根据邻居信息（位置、前向速度和航向），在给定的时变输入信号下，计算出跟随船期望的航向及前向速度；然后，在动力学层级，基于扩张状态观测器（ESO），设计 USV 的前向速度和艏摇角速度控制律，以减小模型不确定性和未知海洋环境扰动带来的影响；最后，通过对级联系统稳定性的分析，证明无人船集群时变编队闭环控制系统输入状态的稳定性，并通过仿真验证方法的有效性。

1 问题描述

如图 1 所示，本文考虑由 M 个双桨 USV 和 $N\sim M$ 个虚拟领航者组成时变编队系统。图中：$\boldsymbol{p}_i=(x_i, y_i)$，为第 $i\in M$ 个 USV 在 NED（North-East-Down）坐标系 $X_{\mathrm{E}}-Y_{\mathrm{E}}$ 下的位置坐标；φ_i 为第 i 个 USV 在 NED 坐标系下的航向角；θ_k 为第 $k\in[M+1,N]$ 条参数化路径的参数变量。

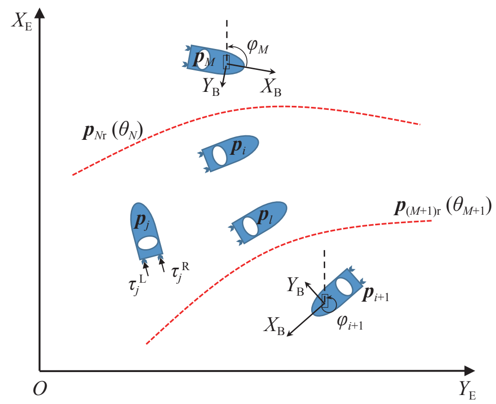

图 1 时变编队系统结构

Fig. 1 System structure of time-varying formation

第 i 个 USV 的运动学可用式（1）所示的状态方程表示[22]。

$$\begin{cases}\dot{x}_i=u_i\cos\varphi_i-v_i\sin\varphi_i\\ \dot{y}_i=u_i\sin\varphi_i+v_i\cos\varphi_i\\ \dot{\varphi}_i=r_i\end{cases}\tag{1}$$

式中，u_i，v_i 和 r_i 分别为船体坐标系（Body-Fixed Reference Frame）$X_{\mathrm{B}}-Y_{\mathrm{B}}$ 下第 i 个 USV 的前向速度、侧向速度和艏摇角速度。

根据无人船在水面航行时的水动力学方程，可得 USV 的动力学方程如式 (2) 所示[23]。

$$\begin{cases}m_i^u\dot{u}_i=f_i^u(u_i,v_i,r_i)+\tau_i^u+\tau_{i\mathrm{d}}^u(t)\\ m_i^v\dot{v}_i=f_i^v(u_i,v_i,r_i)+\tau_{i\mathrm{d}}^v(t)\\ m_i^r\dot{r}_i=f_i^r(u_i,v_i,r_i)+\tau_i^r+\tau_{i\mathrm{d}}^r(t)\end{cases}\tag{2}$$

式中：m_i^u，m_i^v 和 m_i^r 为第 i 个 USV 的惯性系数；$f_i^u(\cdot)$，$f_i^v(\cdot)$ 和 $f_i^r(\cdot)$ 为第 i 个 USV 模型的不确定性带来的扰动项；$\tau_{i\mathrm{d}}^u(t)$，$\tau_{i\mathrm{d}}^v(t)$ 和 $\tau_{i\mathrm{d}}^r(t)$ 分别为第 i 个 USV 在前向速度 u、侧向速度 v 和艏摇角速度 r 方向上的时变外部扰动项；τ_i^u 和 τ_i^r 分别为第 i 个 USV 的浪涌力和偏航控制输入。

本文研究的欠驱动 USV 由双桨推进、通过螺旋桨在不同控制输入下的转速差提供转向。因双

桨固定的无人船前向速度和艏摇角速度控制耦合在一起, 为简化控制器的设计, 对这两个参数的控制输入予以了解耦, 即将 USV 的左、右两个螺旋桨控制输入τ_i^{L}和τ_i^{R}进行了拆分[24], 如式 (3) 所示。

$$\begin{cases}\tau_i^{\mathrm{L}}=(1-\epsilon)\left(\tau_i^u/2+\tau_i^r/d\right)\\ \tau_i^{\mathrm{R}}=(1-\epsilon)\left(\tau_i^u/2-\tau_i^r/d\right)\end{cases}\tag{3}$$

式中: ϵ为推力减额因数; d 为两个螺旋桨之间的距离。

本文研究中, 为实现虚拟领航者的导引作用, 需使其沿已知参数化路径移动, 故参数化路径在 t 时刻的位置即为虚拟领航者的位置, 设第 k 个虚拟领航者参数化路径为$\boldsymbol{p}_{k\mathrm{r}}(\theta_k(t))=\mathrm{col}(x_k(\theta_k), y_k(\theta_k))$, $k=M+1, ..., N$, 其中, θ_k, $x_k(\theta_k)$, $y_k(\theta_k)$为第 k 个领航者路径参数。为实现 USV 与虚拟领航者的协同运动, 将第 k 个虚拟领航者路径参数的导数设计为

$$\dot{\theta}_k=u_0-\eta_k\tag{4}$$

式中: u_0为路径参数期望的更新速率; η_k为 USV 与虚拟领航者间的协同参数。

为实现多领航者导引无人船集群的分布式时变队形控制, 假设如下:

假设 1: 每个 USV 至少存在一条由虚拟领航者到该 USV 的有向通路, 并能够获取一个时变输入信号; 虚拟领航者间能相互通信。

假设 2: 参数化路径$\boldsymbol{p}_{k\mathrm{r}}(\theta_k(t))$及其一阶偏导$\dot{\boldsymbol{p}}_{k\mathrm{r}}(\theta_k(t))$是有界的。

若要使 USV 运动过程实现期望的控制效果, 则需满足如下控制目标:

1) 几何目标: 使每个 USV 按式 (5) 以一个时变位置偏差$\boldsymbol{p}_{i\mathrm{d}}(t)$会聚到与虚拟领航者张成的凸包内一点, 从而形成期望的分布式时变队形。

$$\lim_{t\to\infty}\left\|\boldsymbol{p}_i(t)-\sum_{k=M+1}^{N}\lambda_k\boldsymbol{p}_{k\mathrm{r}}(\theta_k(t))-\boldsymbol{p}_{i\mathrm{d}}(t)\right\|\leqslant\delta_1\tag{5}$$

式中: $\boldsymbol{p}_i(t)$为 t 时刻第 i 个 USV 在 NED 坐标系下的位置坐标; $\lambda_k\geqslant 0$, 为第 i 个 USV 与第 k 个领航者之间的权重系数, 且满足 $\sum\limits_{k=M+1}^{N}\lambda_k=1$; δ_1为大于 0 的正数; 给定时变偏差信号 $\boldsymbol{p}_{i\mathrm{d}}(t)=\mathrm{col}(x_{i\mathrm{d}}(t), y_{i\mathrm{d}}(t))$, $i=1,\ldots,M$, 为第 i 个 USV与虚拟领航者张成的凸包内一点的时变位置偏差, 其中 $x_{i\mathrm{d}}(t)$, $y_{i\mathrm{d}}(t)$分别为 NED 坐标系下沿 X_{E}和 Y_{E}方向的分量。

2) 动态目标: 各虚拟领航者按式 (6) 以给定参数更新速率u_0移动来实现期望的编队结构。

$$\begin{cases}\lim\limits_{t\to\infty}\left|\theta_k(t)-\theta_l(t)\right|\leqslant\delta_2\\ \lim\limits_{t\to\infty}\left|\dot{\theta}_k(t)-u_0\right|\leqslant\delta_3\end{cases}\tag{6}$$

式中: $k,l=M+1,\ldots,N$, 且 $k\neq l$; $\theta_l(t)$为第 l 个虚拟领航者的路径参数; δ_2, $\delta_3\in\mathbf{R}^+$, 分别为某个大于 0 的正数。

2 控制器设计

本节主要从动力学和运动学层面介绍设计的无人船时变编队控制器。图 2 所示为组成控制器的级联系统结构。

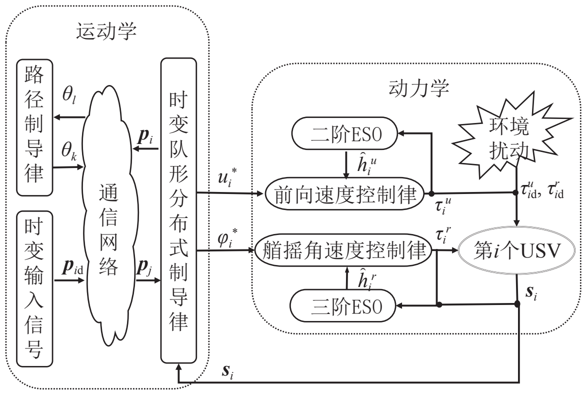

图 2 时变编队系统结构

Fig. 2 System structure of time-varying formation

2.1 运动学控制器

根据包含策略和路径的操纵原理, 定义第 i 个 USV 在 NED 坐标系下的操纵误差$\boldsymbol{e}_i$, 即

$$\boldsymbol{e}_i=\mathrm{col}(e_{ix},e_{iy})=\sum_{j=1}^{M}a_{ij}\left(\boldsymbol{p}_i-\boldsymbol{p}_{ij\mathrm{d}}-\boldsymbol{p}_j\right)+\sum_{k=M+1}^{N}a_{ik}\left(\boldsymbol{p}_i-\boldsymbol{p}_{i\mathrm{d}}-\boldsymbol{p}_{k\mathrm{r}}\right)\tag{7}$$

式中: e_{ix}和e_{iy}分别为在 NED 坐标系下沿X_{E}和Y_{E}方向上的误差; 当第 i 个 USV 可以获得第 j 个 USV 的信息时, $a_{ij}=1$, 否则, $a_{ij}=0$; 当可以获得第 k 个虚拟领航者的信息时, $a_{ik}=1$, 否则, $a_{ik}=0$; $\boldsymbol{p}_{ij\mathrm{d}}=\boldsymbol{p}_{i\mathrm{d}}-\boldsymbol{p}_{j\mathrm{d}}$, 为第 i 个与第 j 个 USV 间给定的时变位置偏差信号。

根据式 (1) USV 运动状态方程与虚拟领航者参数更新律式 (4), 对操纵误差$\boldsymbol{e}_i$求偏导, 可得

$$\begin{aligned}\dot{\boldsymbol{e}}_i=&c_i\left[u_i\boldsymbol{g}_u(\varphi_i)+v_i\boldsymbol{g}_v(\varphi_i)\right]-\sum_{j=1}^{M}a_{ij}\\&\left[\left(u_j\boldsymbol{g}_u(\varphi_j)+v_j\boldsymbol{g}_v(\varphi_j)\right)+\dot{\boldsymbol{p}}_{ij\mathrm{d}}\right]-\\&\sum_{k=M+1}^{N}a_{ik}\left[\dot{\boldsymbol{p}}_{k\mathrm{r}}(u_0-\eta_k)+\dot{\boldsymbol{p}}_{i\mathrm{d}}\right]\end{aligned}\tag{8}$$

式中: $\boldsymbol{g}_u(\varphi_i)=\mathrm{col}(\cos(\varphi_i),\sin(\varphi_i))$, $\boldsymbol{g}_v(\varphi_i)=$

$\mathrm{col}(-\sin(\varphi_i),\cos(\varphi_i)),\ i=1,\ldots,M,\ c_i=\sum\limits_{j=1}^{N}a_{ij}$。

为稳定式 (8) 的操纵误差$\boldsymbol{e}_i$，设计了如式 (9) 所示的分布式时变队形制导律。

$$\begin{aligned}&\boldsymbol{\alpha}_i=\mathrm{col}\left(\alpha_{ix},\alpha_{iy}\right)=\mathrm{col}\left(u_i^*\cos\varphi_i^*,u_i^*\sin\varphi_i^*\right)=\\&\frac{1}{c_i}\left\{-\frac{\boldsymbol{K}_{\mathrm{c}i}\boldsymbol{e}_i}{\sqrt{\|\boldsymbol{e}_i\|^2+\delta_{i1}^2}}+\sum_{j=1}^{M}a_{ij}\left(u_j\boldsymbol{g}_u\left(\varphi_j\right)+v_j\boldsymbol{g}_v\left(\varphi_j\right)+\right.\right.\\&\left.\left.\dot{\boldsymbol{p}}_{ij\mathrm{d}}\right)+\sum_{k=M+1}^{N}a_{ik}\left(u_0\dot{\boldsymbol{p}}_{k\mathrm{r}}+\dot{\boldsymbol{p}}_{i\mathrm{d}}\right)\right\}-v_j\boldsymbol{g}_v\left(\varphi_j\right)\end{aligned}\tag{9}$$

式中：u_i^*和φ_i^*分别为第 i 个 USV 期望的航向及前向速度；$\boldsymbol{K}_{\mathrm{c}i}=\mathrm{diag}\{k_{\mathrm{c}i1},k_{\mathrm{c}i2}\}\in\mathbf{R}^{2\times2}$，为运动学增益矩阵；$\delta_{i1}\in\mathbf{R}$，为防止前向速度饱和的参数。

根据式 (9)，第 i 个 USV 期望的前向速度和航向角分别为

$$\begin{cases}u_i^*=\|\boldsymbol{\alpha}_i\|\cos\left(\varphi_i-\varphi_i^*\right)\\ \varphi_i^*=\mathrm{atan2}\left(\alpha_{iy},\alpha_{ix}\right),\ \ i=1,\ldots,M\end{cases}\tag{10}$$

为使 USV 与虚拟领航者协同运动，将协同参数η_k设计为

$$\eta_k=-\varsigma_k\sigma_k=-\varsigma_k\left(\sigma_{k1}-\sigma_{k2}\right)\tag{11}$$

式中：ς_k为协同增益常数；σ_k为协同误差，并分为 2 个部分：$\sigma_{k1}=\sum\limits_{k=M+1}^{N}a_{ik}\dot{\boldsymbol{p}}_{k\mathrm{r}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{e}_i$，表示虚拟领航者根据 USV 的信息计算出的路径更新速度，$\sigma_{k2}=\sum\limits_{l=M+1}^{N}a_{kl}(\theta_k-\theta_l)+a_{k0}(\theta_k-\theta_0)$，表示当第 k 个虚拟领航者可以获得超级领航者的路径信息时，$a_{k0}=1$，否则$a_{k0}=0$，而θ_0为超级领航者的路径更新参数，且$\dot{\theta}_0=u_0$。

定义全局路径变量协同误差$\theta_{k\mathrm{e}}=\theta_k-\theta_0$，且满足

$$\dot{\theta}_{k\mathrm{e}}=-\eta_k\tag{12}$$

令全局路径变量协同误差向量$\boldsymbol{\theta}_{\mathrm{e}}=\mathrm{col}(\theta_{(M+1)\mathrm{e}},\ldots,\theta_{N\mathrm{e}})$，局部路径变量协同误差向量$\boldsymbol{z}=\mathrm{col}(z_{M+1},\ldots,z_N)$，且满足$\boldsymbol{z}=\boldsymbol{C}\boldsymbol{\theta}_{\mathrm{e}}$，$\boldsymbol{C}=\boldsymbol{A}_0+\boldsymbol{B}_0$。其中$\boldsymbol{A}_0=\left[a_{ij}\right]\in\mathbf{R}^{(N-M)(N-M)}$，为虚拟领航者间的通信矩阵，当第 i 个领航者可以获得第 j 个的信息时，$a_{ij}=1$，否则，$a_{ij}=0$；$\boldsymbol{B}_0=\mathrm{diag}\{a_{(M+1)0},\ldots,a_{N0}\}$，为领航者方阵。

将式 (9) 代入式 (8) 和式 (12)，可得到运动学系统的动态误差，分别表示如下：

$$\begin{cases}\dot{\boldsymbol{e}}_i=-\dfrac{\boldsymbol{K}_{\mathrm{c}i}\boldsymbol{e}_i}{\sqrt{\|\boldsymbol{e}_i\|^2+\delta_{i1}^2}}+c_i\boldsymbol{\varDelta}_{i\mathrm{e}}+\sum\limits_{k=M+1}^{N}a_{ik}\eta_k\dot{\boldsymbol{p}}_{k\mathrm{r}}\\ \dot{\theta}_{k\mathrm{e}}=-\eta_k\end{cases}\tag{13}$$

式中，$\boldsymbol{\varDelta}_{i\mathrm{e}}=u_i\boldsymbol{g}_u(\varphi_i)-u_i^*\boldsymbol{g}_u\left(\varphi_i^*\right)$，为动力学跟踪误差向量。

2.2 动力学控制器

在 2.1 节中，基于包含策略和路径操纵原理，为多个 USV 设计了期望的航向及前向速度。本节将使用 ESO 来估计模型的不确定性和未知海洋环境的扰动，然后在此基础上，设计 ESO 动力学控制律，使 USV 的实际速度和航向可以满足期望值的要求。

由于采用的 USV 属于欠驱动无人系统，故为简化 ESO 设计，将式 (2) 改写为如下形式：

$$\begin{cases}\dot{u}_i=\tau_i^u/m_i^u+h_i^u(u_i,r_i,t)\\ \dot{r}_i=\tau_i^r/m_i^r+h_i^r(u_i,r_i,t)\end{cases}\tag{14}$$

式中，$h_i^u(u_i,r_i,t)=\left(f_i^u(u_i,v_i,r_i)+\tau_{i\mathrm{d}}^u(t)\right)/m_i^u$，$h_i^r(u_i,r_i,t)=\left(f_i^r(u_i,v_i,r_i)+\tau_{i\mathrm{d}}^r(t)\right)/m_i^r$，均为未知函数。

对 ESO 的设计分析作出如下假设：

假设 3: h_i^u和h_i^r（模型不确定性和未知环境扰动产生的扰动项）的导数有界且满足$\left|\dot{h}_i^u\right|+\left|\dot{h}_i^r\right|\leqslant h_i^*$，其中$h_i^*$为一个任意正数。

1）前向速度控制律的设计。由于 USV 模型存在不确定性和未知的海洋环境扰动，故设计了如下式的二阶 ESO 系统来估计未知量h_i^u。

$$\begin{cases}\dot{\hat{u}}_i=-\mu_{i1}^u\tilde{u}_i+\hat{h}_i^u+\tau_i^u/m_i^u\\ \dot{\hat{h}}_i^u=-\mu_{i2}^u\tilde{u}_i\end{cases}\tag{15}$$

式中，$\mu_{i1}^u,\mu_{i2}^u\in\mathbf{R}^+$，为 ESO 观测器增益；$\hat{u}_i$，$\hat{h}_i^u$分别为$u_i$和$h_i^u$的估计值；$\tilde{u}_i=\hat{u}_i-u_i$，为前向速度的估计误差。定义$h_i^u$的估计误差为$\tilde{h}_i^u=\hat{h}_i^u-h_i^u$，结合式 (14) 和式 (15)，得到如下二阶 ESO 的动态误差表达式。

$$\begin{cases}\dot{\tilde{u}}_i=-\mu_{i1}^u\tilde{u}_i+\tilde{h}_i^u\\ \dot{\tilde{h}}_i^u=-\mu_{i2}^u\tilde{u}_i-\dot{h}_i^u\end{cases}\tag{16}$$

令期望前向速度的跟踪误差为$\hat{u}_i^*=\hat{u}_i-u_i^*$，对$\hat{u}_i^*$求导，则有

$$\dot{\hat{u}}_i^*=-\mu_{i1}^u\tilde{u}_i+\hat{h}_i^u+\tau_i^u/m_i^u-\dot{u}_i^*\tag{17}$$

根据式 (15)，设计如式 (18) 所示的前向速度自抗扰控制律来稳定$\hat{u}_i^*$：

$$\tau_i^u=-\frac{\mu_{i\mathrm{c}}^u\hat{u}_i^*}{\sqrt{\left|\hat{u}_i^*\right|^2+\delta_{i2}^2}}-\hat{h}_i^u+\dot{\mu}_i^*\tag{18}$$

式中，$\mu_{i\mathrm{c}}^u\in\mathbf{R}^+$，为一个动力学增益常数；$\delta_{i2}\in\mathbf{R}$，为一个正数。结合式 (17) 和式 (18)，得到$\hat{u}_i^*$的动态形式为

$$\dot{\hat{u}}_i^*=-\frac{\mu_{i\mathrm{c}}^u\hat{u}_i^*}{\sqrt{\left|\hat{u}_i^*\right|^2+\delta_{i2}^2}}-\mu_{i1}^u\tilde{u}_i\tag{19}$$

将式 (16) 改写为矩阵形式:

$$\dot{\boldsymbol{E}}_{i1}=\boldsymbol{B}_{i1}\boldsymbol{E}_{i1}+\boldsymbol{C}_{i1}\dot{h}_i^u \tag{20}$$

式中, $\boldsymbol{E}_{i1}=\mathrm{col}\left(\tilde{u}_i,\ \tilde{h}_i^u\right)$, $\boldsymbol{B}_{i1}=\left[\ -\mu_{i1}^u\quad 1\ ;\ -\mu_{i2}^u\quad 0\ \right]$, $\boldsymbol{C}_{i1}=\mathrm{col}(0,\ -1)$。因$\boldsymbol{B}_{i1}$为赫尔维茨矩阵, 故存在一个正定矩阵$\boldsymbol{P}_{i1}$使$\boldsymbol{B}_{i1}$满足如下不等式。

$$\boldsymbol{B}_{i1}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_{i1}+\boldsymbol{P}_{i1}\boldsymbol{B}_{i1}\leqslant-\xi_{i1}\boldsymbol{I}_2 \tag{21}$$

式中: ξ_{i1}为一个正数; $\boldsymbol{I}_2$为二维单位矩阵。

2）艏摇角速度的控制律设计。类似前向角速度的控制律设计, 采用三阶 ESO 来估计未知项h_i^r, 设计了如下式的三阶 ESO 系统表达式。

$$\begin{cases}\dot{\hat{\varphi}}_i=-\mu_{i1}^{\varphi}\tilde{\varphi}_i+\hat{r}_i\\ \dot{\hat{r}}_i=-\mu_{i2}^{\varphi}\tilde{\varphi}_i+\hat{h}_i^r+\tau_i^r/m_i^r\\ \dot{\hat{h}}_i^r=-\mu_{i3}^{\varphi}\tilde{\varphi}_i\end{cases} \tag{22}$$

式中, $\mu_{i1}^{\varphi},\mu_{i2}^{\varphi},\mu_{i3}^{\varphi}\in\mathbf{R}^+$, 均为 ESO 观测器增益; $\hat{\varphi}_i$, $\hat{r}_i$和$\hat{h}_i^r$分别为φ_i, r_i和h_i^r的估计值; $\tilde{\varphi}_i=\hat{\varphi}_i-\varphi_i$, 为航向角估计误差。定义$r_i$和$h_i^r$的估计误差分别为: $\tilde{r}_i=\hat{r}_i-r_i$, $\tilde{h}_i^r=\hat{h}_i^r-h_i^r$, 结合式 (14) 和式 (22), 得到如下三阶 ESO 的动态误差表达式。

$$\begin{cases}\dot{\tilde{\varphi}}_i=-\mu_{i1}^{\varphi}\tilde{\varphi}_i+\tilde{r}_i\\ \dot{\tilde{r}}_i=-\mu_{i2}^{\varphi}\tilde{\varphi}_i+\tilde{h}_i^r\\ \dot{\tilde{h}}_i^r=-\mu_{i3}^{\varphi}\tilde{\varphi}_i-\dot{h}_i^r\end{cases} \tag{23}$$

令$\hat{\varphi}_i^*$和$\hat{r}_i^*$为期望航向角和期望艏摇角速度的估计跟踪误差, 即$\hat{\varphi}_i^*=\hat{\varphi}_i-\varphi_i^*$, $\hat{r}_i^*=\hat{r}_i-r_i^*$, 联立式 (22) 并对$\hat{\varphi}_i^*$和$\hat{r}_i^*$求导, 则有

$$\begin{cases}\dot{\hat{\varphi}}_i^*=-\mu_{i1}^{\varphi}\tilde{\varphi}_i+\hat{r}_i-\dot{\varphi}_i^*\\ \dot{\hat{r}}_i^*=-\mu_{i2}^{\varphi}\tilde{\varphi}_i+\hat{h}_i^r+\tau_i^r/m_i^r-\dot{r}_i^*\end{cases} \tag{24}$$

设计如式 (25) 所示的虚拟期望角速度来稳定$\dot{\hat{\varphi}}_i^*$。

$$r_i^*=-\frac{\mu_{ic}^{\varphi}\hat{\varphi}_i^*}{\sqrt{\hat{\varphi}_i'^2+\delta_{i3}^2}}+\dot{\varphi}_i^* \tag{25}$$

式中: $\mu_{ic}^{\varphi}\in\mathbf{R}$, 为动力学增益常数; δ_{i3}为正数。基于式 (22), 设计如式 (26) 所示的艏摇角速度控制律来稳定$\dot{\hat{r}}_i^*$。

$$\tau_i^r=m_i^r\left(-\frac{\mu_{ic}^r\hat{r}_i^*}{\sqrt{\left|\hat{r}_i^*\right|^2+\delta_{i4}^2}}-\hat{h}_i^r+\dot{r}_i^*-\hat{\varphi}_i^*\right) \tag{26}$$

式中, $\mu_{ic}^r\in\mathbf{R}$, 为动力学增益常数; δ_{i4}为正数。联立式 (24)~式 (26), 得到$\hat{\varphi}_i^*$和$\hat{r}_i^*$的导数改写为:

$$\begin{cases}\dot{\hat{\varphi}}_i^*=-\dfrac{\mu_{ic}^{\varphi}\hat{\varphi}_i^*}{\sqrt{\hat{\varphi}_i'^2+\delta_{i3}^2}}-\mu_{i1}^{\varphi}\tilde{\varphi}_i+\hat{r}_i^*\\ \dot{\hat{r}}_i^*=-\dfrac{\mu_{ic}^r\hat{r}_i^*}{\sqrt{\left|\hat{r}_i^*\right|^2+\delta_{i4}^2}}-\mu_{i2}^{\varphi}\tilde{\varphi}_i-\hat{\varphi}_i^*\end{cases} \tag{27}$$

将式 (23) 改写成矩阵形式为

$$\dot{\boldsymbol{E}}_{i2}=\boldsymbol{B}_{i2}\boldsymbol{E}_{i2}+\boldsymbol{C}_{i2}\dot{h}_i^r \tag{28}$$

式中,

$$\boldsymbol{E}_{i2}=\mathrm{col}\left(\tilde{\varphi}_i,\tilde{r}_i,\tilde{h}_i^r\right),\ \boldsymbol{C}_{i2}=\mathrm{col}(0,0,-1)$$

$$\boldsymbol{B}_{i2}=\begin{bmatrix}-\mu_{i1}^{\varphi} & 1 & 0\\ -\mu_{i2}^{\varphi} & 0 & 1\\ -\mu_{i3}^{\varphi} & 0 & 0\end{bmatrix}$$

因$\boldsymbol{B}_{i2}$为赫尔维茨矩阵, 故存在一个正定矩阵$\boldsymbol{P}_{i2}$使$\boldsymbol{B}_{i2}$满足如下不等式。

$$\boldsymbol{B}_{i2}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_{i2}+\boldsymbol{P}_{i2}\boldsymbol{B}_{i2}\leqslant-\xi_{i2}\boldsymbol{I}_3 \tag{29}$$

式中: ξ_{i2}为一个正数; $\boldsymbol{I}_3$为三维单位矩阵。

3　稳定性分析

3.1　ESO 子系统稳定性证明

本节将对 2.2 节所提出的 ESO 子系统进行稳定性证明。由于式 (20) 和式 (28) 这两个子系统的形式相同, 故本节主要介绍式 (20) 所示的 ESO 子系统稳定性证明。式 (20) 所示子系统稳定性证明由引理 1 给出。

引理 1: 在满足假设 3 的前提下, 式 (20) 所示 ESO 子系统: $\left[\dot{h}_i^u\right]\mapsto[\boldsymbol{E}_{i1}]$是输入渐进稳定状态 (Input-to-State Stable, ISS) 的。

证明: 构建 Lyapunov 方程如下:

$$V_1=\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{M}\boldsymbol{E}_{i1}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_{i1}\boldsymbol{E}_{i1} \tag{30}$$

对V_1求导, 则有

$$\dot{V}_1=\sum_{i=1}^{M}\boldsymbol{E}_{i1}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_{i1}\left(\boldsymbol{B}_{i1}\boldsymbol{E}_{i1}+\boldsymbol{C}_{i1}\dot{h}_i^u\right) \tag{31}$$

联立式 (21) 和式 (31), 则有

$$\dot{V}_1\leqslant\sum_{i=1}^{M}\left(-\frac{\xi_{i1}}{2}\|\boldsymbol{E}_{i1}\|^2+\|\boldsymbol{E}_{i1}\|\|\boldsymbol{P}_{i1}\boldsymbol{C}_{i1}\|\left|\dot{h}_i^u\right|\right) \tag{32}$$

当满足$\|\boldsymbol{E}_{i1}\|\geqslant 2\|\boldsymbol{P}_{i1}\boldsymbol{C}_{i1}\|\left|\dot{h}_i^u\right|/(\xi_{i1}\varepsilon_{i1})$时, 则

$$\dot{V}_1\leqslant-\sum_{i=1}^{M}\frac{\xi_{i1}}{2}(1-\varepsilon_{i1})\|\boldsymbol{E}_{i1}\|^2 \tag{33}$$

式中, $0<\varepsilon_{i1}<1$。根据文献 [25] 中的定理 4.6 可知, 该 ESO 子系统是 ISS 的, 且$\|\boldsymbol{E}_{i1}\|$的界可表示为

$$\|\boldsymbol{E}_{i1}\|\leqslant\max\left\{\|\boldsymbol{E}_{i1}(t_0)\|\mathrm{e}^{-\xi_{i1}(1-\varepsilon_{i1})(t-t_0)/2},\ \frac{2\|\boldsymbol{P}_{i1}\boldsymbol{C}_{i1}\|\sqrt{\lambda_{\max}(\boldsymbol{P}_{i1})}}{\xi_{i1}\varepsilon_{i1}\sqrt{\lambda_{\min}(\boldsymbol{P}_{i1})}}\left|\dot{h}_i^u\right|\right\},\ \forall t\geqslant t_0 \tag{34}$$

引理 2: 根据假设 3, 式 (28) 所示 ESO 子系统: $\left[\dot{h}_i^r\right] \mapsto [\boldsymbol{E}_{i2}]$是 ISS 的, 且$\|\boldsymbol{E}_{i2}\|$的界可表示为

$$\|\boldsymbol{E}_{i2}\| \leqslant \max\left\{\|\boldsymbol{E}_{i2}(t_0)\| \mathrm{e}^{-\xi_{i2}(1-\varepsilon_{i2})(t-t_0)/2}, \right.$$
$$\left. \frac{2\|\boldsymbol{P}_{i2}\boldsymbol{C}_{i2}\| \sqrt{\lambda_{\max}(\boldsymbol{P}_{i2})}}{\xi_{i2}\varepsilon_{i2}\sqrt{\lambda_{\min}(\boldsymbol{P}_{i2})}}\left|\dot{h}_i^r\right|\right\},\ \forall t \geqslant t_0 \tag{35}$$

式中: $0<\varepsilon_{i2}<1$; $\lambda_{\min}(\cdot)$, $\lambda_{\max}(\cdot)$分别为矩阵的最小和最大特征值; t_0为初始时间。

3.2 动力学系统稳定性证明

由式 (19) 和式 (27) 所组成的动力学系统稳定性由引理 3 给出。

引理 3: 式 (19) 和式 (27) 所示动力学系统: $[\tilde{u}_i,\tilde{\varphi}_i] \mapsto \left[\hat{u}_i^*,\hat{\varphi}_i^*,\hat{r}_i^*\right]$是 ISS 的。

证明: 构建 Lyapunov 方程如下:

$$V_2=\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{M}\left(\hat{u}_i^{*2}+\hat{\varphi}_i^{*2}+\hat{r}_i^{*2}\right) \tag{36}$$

将式 (19), 式 (27) 和式 (36) 联立并对V_2求导, 则有

$$\dot{V}_2=\sum_{i=1}^{M}\left(-\frac{\mu_{ic}^u}{\sqrt{\left|\hat{u}_i^*\right|^2+\delta_{i2}^2}}-\mu_{i1}^u\hat{u}_i\hat{u}_i^*-\frac{\mu_{ic}^{\varphi}}{\sqrt{\left|\hat{\varphi}_i^*\right|^2+\delta_{i3}^2}}-\right.$$
$$\left.\mu_{i1}^{\varphi}\tilde{\varphi}_i\hat{\varphi}_i^*-\frac{\mu_{ic}^r}{\sqrt{\left|\hat{r}_i^*\right|^2+\delta_{i4}^2}}-\mu_{i1}^{\varphi}\tilde{\varphi}_i\hat{r}_i^*\right) \tag{37}$$

令

$$\boldsymbol{\varGamma}_{ic}=\mathrm{diag}\left\{\mu_{ic}^u/\sqrt{\left|\hat{u}_i^*\right|^2+\delta_{i2}^2},\right.$$
$$\left.\mu_{ic}^{\varphi}/\sqrt{\left|\hat{\varphi}_i^*\right|^2+\delta_{i3}^2},\ \mu_{ic}^r/\sqrt{\left|\hat{r}_i^*\right|^2+\delta_{i4}^2}\right\}$$
$$\boldsymbol{E}_{i3}=\mathrm{col}(\hat{u}_i^*,\ \hat{\varphi}_i^*,\ r_i^*)$$

则有如下不等式成立:

$$\dot{V}_2 \leqslant -\sum_{i=1}^{M}\lambda_{\min}(\boldsymbol{\varGamma}_{ic})(1-\varepsilon_{i3})\|\boldsymbol{E}_{i3}\|^2 \tag{38}$$

式中, $0<\varepsilon_{i3}<1$。

根据引理 1 和引理 2, 由式 (19) 和式 (27) 所组成的动力学系统是 ISS 的, 且$\|\boldsymbol{E}_{i3}\|$的界可表示为

$$\|\boldsymbol{E}_{i3}(t)\| \leqslant \max\left\{\|\boldsymbol{E}_{i3}(t_0)\| \mathrm{e}^{-\lambda_{\min}(\boldsymbol{\varGamma}_{ic})(1-\varepsilon_{i3})(t-t_0)},\right.$$
$$\left.\frac{\mu_{i1}^u\|\boldsymbol{E}_{i1}\|+\left(\mu_{i1}^{\varphi}+\mu_{i2}^{\varphi}\right)\|\boldsymbol{E}_{i2}\|}{\varepsilon_{i3}\lambda_{\min}(\boldsymbol{\varGamma}_{ic})}\right\},\ \forall t \geqslant t_0 \tag{39}$$

考虑动力学前向速度跟踪误差$u_{ie}=u_i-u_i^*=\hat{u}_i^*-\tilde{u}_i \leqslant \left|\hat{u}_i^*\right|-|\tilde{u}_i|$和艏摇角速度跟踪误差$\varphi_{ie}=\varphi_i-\varphi_i^*=\hat{\varphi}_i^*-\tilde{\varphi}_i \leqslant \left|\hat{\varphi}_i^*\right|-|\tilde{\varphi}_i|$, 由式 (34)、式 (35) 和式 (39) 可知, 动力学跟踪误差有界。

3.3 运动学系统稳定性证明

如式 (13) 所示的运动学子系统稳定性由引理 4 给出证明。

引理 4: 运动学子系统式 (13) 中$[\boldsymbol{\varDelta}_{ie}] \mapsto [\boldsymbol{e}_i,\theta_{ie}]$是 ISS 的。

证明: 构建 Lyapunov 方程如下:

$$V_3=\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{M}\boldsymbol{e}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{e}_i+\frac{1}{2}\boldsymbol{\theta}_{\mathrm{e}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C}\boldsymbol{\theta}_{\mathrm{e}} \tag{40}$$

联立式 (13) 对V_3求导, 则有

$$\dot{V}_3=\sum_{i=1}^{M}\left(-\boldsymbol{e}_i^{\mathrm{T}}K_{ci}\boldsymbol{e}_i/\sqrt{\|\boldsymbol{e}_i\|^2+\delta_{i1}^2}+c_i\boldsymbol{e}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\varDelta}_{ie}\right)-\sum_{k=M+1}^{N}\varsigma_k\sigma_k^2 \tag{41}$$

令 $\boldsymbol{E}_1=\mathrm{col}(\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}},\boldsymbol{\sigma}^{\mathrm{T}})$, $\boldsymbol{E}_2=\mathrm{col}(\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}},\boldsymbol{\theta}_{\mathrm{e}}^{\mathrm{T}})$, 且满足: $\boldsymbol{E}_1=\boldsymbol{\varPsi}\boldsymbol{E}_2$, $\boldsymbol{e}=\mathrm{col}\left(\boldsymbol{e}_1^{\mathrm{T}},...,\boldsymbol{e}_k^{\mathrm{T}}\right)$, $\boldsymbol{\sigma}=\mathrm{col}(\sigma_{M+1},\cdots\ \sigma_N)$。

其中,

$$\boldsymbol{\varPsi}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{I}_M\otimes\boldsymbol{I}_2 & \boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{\varUpsilon}^{\mathrm{T}} & -\boldsymbol{C}\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{\varUpsilon}=\begin{bmatrix}a_{(M+1)1}\dot{\boldsymbol{p}}_{(M+1)\mathrm{r}} & \cdots & a_{N1}\dot{\boldsymbol{p}}_{N\mathrm{r}}\\ \vdots & \ddots & \vdots\\ a_{(M+1)M}\dot{\boldsymbol{p}}_{(M+1)\mathrm{r}} & \cdots & a_{NM}\dot{\boldsymbol{p}}_{N\mathrm{r}}\end{bmatrix}$$

由此, 得到如下不等式:

$$\dot{V}_3 \leqslant -\lambda\|\boldsymbol{E}_1\|^2+\|\boldsymbol{c}\|\|\boldsymbol{\varDelta}_{\mathrm{e}}\|\|\boldsymbol{E}_1\| \leqslant -\lambda\lambda_{\min}(\boldsymbol{\varPsi})\|\boldsymbol{E}_2\|^2+\lambda_{\max}(\boldsymbol{\varPsi})\|\boldsymbol{c}\|\|\boldsymbol{\varDelta}_{\mathrm{e}}\|\|\boldsymbol{E}_2\| \tag{42}$$

式中,

$$\boldsymbol{c}=\mathrm{diag}(c_1\otimes\boldsymbol{I}_2,\ldots,c_M\otimes\boldsymbol{I}_2)$$
$$\lambda=\left\{\lambda_{\min}\left(K_{ci}\boldsymbol{e}_i/\sqrt{\|\boldsymbol{e}_i\|^2+\delta_{i1}^2}\right),\varsigma_k\right\}_{\min}$$
$$i=1,...,M;\ k=M+1,...,N$$
$$\boldsymbol{\varDelta}_{\mathrm{e}}=\mathrm{col}\left(\boldsymbol{\varDelta}_{1\mathrm{e}}^{\mathrm{T}},\ldots,\boldsymbol{\varDelta}_{M\mathrm{e}}^{\mathrm{T}}\right)$$

因为$\boldsymbol{E}_2$满足下列关系:

$$\|\boldsymbol{E}_2\| \geqslant \frac{\lambda_{\max}(\boldsymbol{\varPsi})\|\boldsymbol{c}\|\|\boldsymbol{\varDelta}_{\mathrm{e}}\|}{\lambda\varepsilon_4\lambda_{\min}(\boldsymbol{\varPsi})} \tag{43}$$

式中, $0<\varepsilon_4<1$。

联立式 (42) 和式 (43), 可得

$$\dot{V}_3 \leqslant -\lambda\lambda_{\min}(\boldsymbol{\varPsi})(1-\varepsilon_4)\|\boldsymbol{E}_2\|^2 \tag{44}$$

根据引理 3 可知, 输入信号$\boldsymbol{\varDelta}_{\mathrm{e}}$有界且存在一

个正数Δ_e^*, 并且满足$\|\boldsymbol{\Delta}_e\| \leqslant \Delta_e^*$。因此, 式 (13) 所示运动学系统是 ISS 的, $\|\boldsymbol{E}_2\|$的界可以表示为

$$\|\boldsymbol{E}_2(t)\| \leqslant \max\left\{\|\boldsymbol{E}_2(t_0)\|\mathrm{e}^{-\lambda\lambda_{\min}(\boldsymbol{\varPsi})(1-\varepsilon_4)(t-t_0)},\ \frac{\lambda_{\max}(\boldsymbol{\varPsi})\|\boldsymbol{c}\|\|\boldsymbol{\Delta}_e\|}{\lambda\varepsilon_4\lambda_{\min}(\boldsymbol{\varPsi})}\right\},\ \forall t \geqslant t_0 \qquad (45)$$

3.4　级联系统稳定性证明

对于多领航者导引的双桨 USV, 其时变编队控制系统的级联系统稳定性可由定理 1 给出。

定理 1: 考虑由多领航者导引的无人船集群分布式时变编队结构, 其中, USV 的运动状态可由式 (1) 和式 (2) 所示数学模型表述, 控制器由式 (10) 所示运动学制导律、式 (11) 所示路径更新律、式 (20) 和式 (28) 所示 ESO 预估器以及式 (18) 和式 (26) 所示动力学控制律组成。若满足假设 1~假设 3, 则多路径导引的无人船集群时变编队闭环控制系统是 ISS 的。

证明: 根据引理 1~引理 4, 由式 (13), 式 (19), 式 (20), 式 (27) 和式 (28) 子系统组成的级联系统是 ISS 的。当$t\to\infty$时, 其满足如下关系:

$$\begin{cases}\|\boldsymbol{E}_{i1}(t)\|_{t\to\infty} \leqslant \dfrac{2\|\boldsymbol{P}_{i1}\boldsymbol{C}_{i1}\|\sqrt{\lambda_{\max}(\boldsymbol{P}_{i1})}}{\xi_{i1}\varepsilon_{i1}\sqrt{\lambda_{\min}(\boldsymbol{P}_{i1})}}h_i^* \\ \|\boldsymbol{E}_{i2}(t)\|_{t\to\infty} \leqslant \dfrac{2\|\boldsymbol{P}_{i2}\boldsymbol{C}_{i2}\|\sqrt{\lambda_{\max}(\boldsymbol{P}_{i2})}}{\xi_{i2}\varepsilon_{i2}\sqrt{\lambda_{\min}(\boldsymbol{P}_{i2})}}h_i^* \\ \|\boldsymbol{E}_{i3}(t)\|_{t\to\infty} \leqslant \dfrac{2\mu_{i1}^u\delta_{i3}\|\boldsymbol{P}_{i1}\boldsymbol{C}_{i1}\|\sqrt{\lambda_{\max}(\boldsymbol{P}_{i1})}}{\xi_{i1}\varepsilon_{i1}\varepsilon_{i3}\sqrt{\lambda_{\min}(\boldsymbol{\varGamma}_{ic})}\sqrt{\lambda_{\min}(\boldsymbol{P}_{i1})}} + \\ \qquad \dfrac{2\delta_{i3}\left(\mu_{i1}^{\varphi}+\mu_{i2}^{\varphi}\right)\|\boldsymbol{P}_{i2}\boldsymbol{C}_{i2}\|\sqrt{\lambda_{\max}(\boldsymbol{P}_{i2})}}{\xi_{i2}\varepsilon_{i1}\varepsilon_{i3}\sqrt{\lambda_{\min}(\boldsymbol{\varGamma}_{ic})}\sqrt{\lambda_{\min}(\boldsymbol{P}_{i2})}} \\ \|\boldsymbol{E}_2(t)\|_{t\to\infty} \leqslant \dfrac{\Delta_e^*\lambda_{\max}(\boldsymbol{\varPsi})\|\boldsymbol{c}\|}{\lambda\varepsilon_4\lambda_{\min}(\boldsymbol{\varPsi})}\end{cases} \qquad (46)$$

4　仿真结果

本节对多领航者导引 USV 集群的分布式时变编队系统进行仿真验证, 采用了如图 3 所示的 6 个 USV 和 2 个虚拟领航者组成的集群系统, 通过此仿真来验证所提控制方法的有效性。

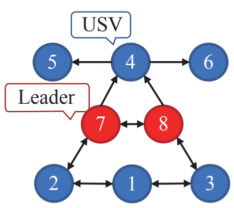

图 3　时变编队系统的通信网络结构

Fig. 3　Communication network structure of time-varying formation system

如图 3 所示, 任意 2 个 USV 间的连线表示双方的信息传递, 箭头表示信息流向。该仿真对应的通信结构整体如下: 2#~4#USV 可以获取虚拟领航者的路径信息, 1#, 5#和 6# USV 仅能获取相邻 USV 的信息。

仿真中 USV 物理参数选取参考文献 [26], 对本文中需要的参数说明如下: 第 i 个 USV 的初始状态信息表示为$\boldsymbol{s}_i = \mathrm{col}(x_i, y_i, \varphi_i, u_i, v_i, r_i)$, 则 1~6 号 USV 的初始状态信息分别表示如下:

$$\boldsymbol{s}_1 = \mathrm{col}(35, -90, \pi, 0, 0, 0),\ \boldsymbol{s}_2 = \mathrm{col}(35, -100, \pi, 0, 0, 0)$$
$$\boldsymbol{s}_3 = \mathrm{col}(35, -75, \pi, 0, 0, 0),\ \boldsymbol{s}_4 = \mathrm{col}(25, -70, \pi/2, 0, 0, 0)$$
$$\boldsymbol{s}_5 = \mathrm{col}(50, -95, \pi, 0, 0, 0),\ \boldsymbol{s}_6 = \mathrm{col}(20, -100, \pi, 0, 0, 0)$$

7#~8#虚拟领航者位置分别表示如下:

$$\boldsymbol{p}_{7\mathrm{r}} = \mathrm{col}(40 - 40\sqrt{2}\sin((\theta_7 - 800)/200 - 5\pi/8),\ -40 - 20\sqrt{2}\cos((\theta_7 - 800)/200 - 5\pi/8))$$
$$\boldsymbol{p}_{8\mathrm{r}} = \mathrm{col}(40 - 40\sqrt{2}\sin((\rho_8 - 800)/100 - 5\pi/8),\ -40 - 20\sqrt{2}\cos((\rho_8 - 800)/100 - 5\pi/8))$$

1#~6# USV 对应时变偏差信号分别表示如下:

$$\boldsymbol{p}_{1\mathrm{d}} = \boldsymbol{p}_{2\mathrm{d}} = \boldsymbol{p}_{3\mathrm{d}} = \mathrm{col}(0, 0)$$
$$\boldsymbol{p}_{4\mathrm{d}} = \mathrm{col}(25\sin t/50, 25\cos t/50)$$
$$\boldsymbol{p}_{5\mathrm{d}} = \mathrm{col}(25\sin(t/50 + 2\pi/3), 25\cos(t/50 + 2\pi/3))$$
$$\boldsymbol{p}_{6\mathrm{d}} = \mathrm{col}(25\sin(t/50 + 4\pi/3), 25\cos(t/50 + 4\pi/3))$$

对于 1#~3# USV, 其运动学参数选择为: $\boldsymbol{K}_{ci} = \mathrm{diag}\{0.18, 0.775\}, i = 1,2,3,\ \delta_{i1} = 5,\ \varsigma_l = 2$; 对于 4#~6# USV, 其运动学参数选择为: $\boldsymbol{K}_{ci} = \mathrm{diag}\{0.5, 2\}$, $i = 4,5,6,\ \delta_{i1} = 5$。

由于所有 USV 均采用相同的物理模型, 所以动力学参数选择为: $\delta_{i2} = 2$, $\delta_{i3} = 2$, $\delta_{i4} = 2$, $\mu_{ic}^u = 2$, $\mu_{ic}^{\varphi} = 2$, $\mu_{ic}^u = 5$, ESO 参数选择为: $\mu_{i1}^u = 20$, $\mu_{i2}^u = 200$, $\mu_{i1}^{\varphi} = 30$, $\mu_{i2}^{\varphi} = 300$, $\mu_{i3}^{\varphi} = 1\,000$。

图 4 所示为多领航者导引的时变编队系统的

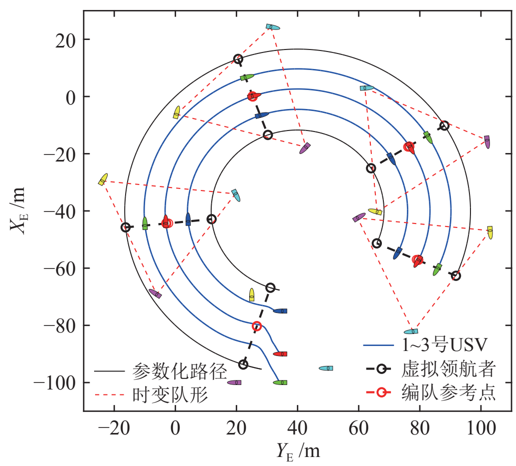

图 4　多领航者导引的时变编队结构

Fig. 4　Time-varying formation structure guided by the multiple virtual leaders

仿真结果。由图可见，7#和 8#这 2 个虚拟领航者分别沿给定的参数化路径$\boldsymbol{p}_{7\mathrm{r}}$和$\boldsymbol{p}_{8\mathrm{r}}$移动形成了一段圆环。根据图 3 所示通信拓扑关系，1#~3# USV 同时汇聚并最终均匀分布在 2 个虚拟领航者间，保持在一条直线上。4# USV 获取虚拟领航者的中心位置，并以此为编队参考点，对于 4#~6# USV，分别在给定时变输入信号$\boldsymbol{p}_{4\mathrm{d}}$，$\boldsymbol{p}_{5\mathrm{d}}$和$\boldsymbol{p}_{6\mathrm{d}}$的作用下，以编队参考点为圆心，在半径为 25 m 的圆上绕着该参考点顺时针旋转与虚拟领航者协同前进，并时刻保持着图 4 所示的三角形队形。

图 5 和图 6 表明，所有 USV 在 NED 坐标系下的跟踪误差在稳态时收敛到阈值以内，并在该范围内上、下波动。图 7~图 10 给出了 USV 的实际速度与期望速度，以及实际航向与期望航向曲线。由图可以看出，基于 ESO 设计的前向速度控制律和艏摇速度控制律可以使 USV 在较短的时间内跟上期望值，并保持期望值运动。其中，各图中的的物理量分别表示如下：u_1~u_6 为实际速度，u_1^*~u_6^*为期望速度(图 7, 图 8)；φ_1~φ_6为实际航向，φ_1^*~φ_6^*为期望航向(图 9, 图 10)。

图 11 和图 12分别给出了所有 USV 在 u 方向推力的控制输入曲线和 r 方向的控制输入转矩曲

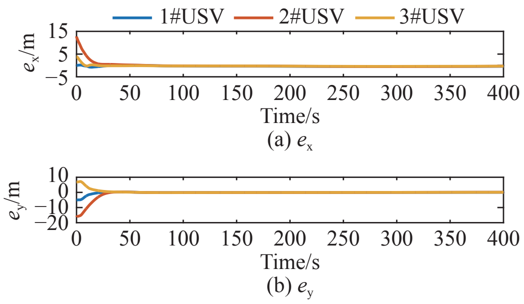

图 5 1#~3# USV 在 NED 坐标系下的跟踪误差

Fig. 5 1#-3# USVs' tracking error of the NED reference system

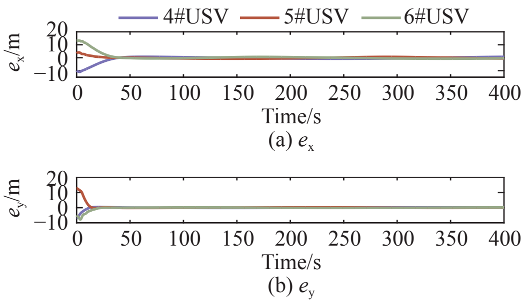

图 6 4#~6# USV 在 NED 坐标系下的跟踪误差

Fig. 6 4#-6# USVs' tracking error of the NED reference system

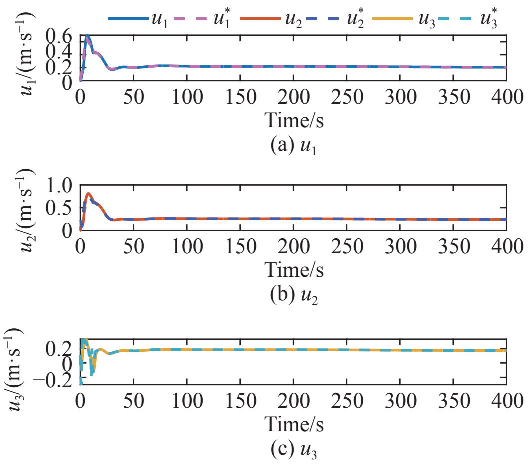

图 7 1#~3# USV 的实际速度和期望速度

Fig. 7 Actual speed and desired speed of 1#-3# USV

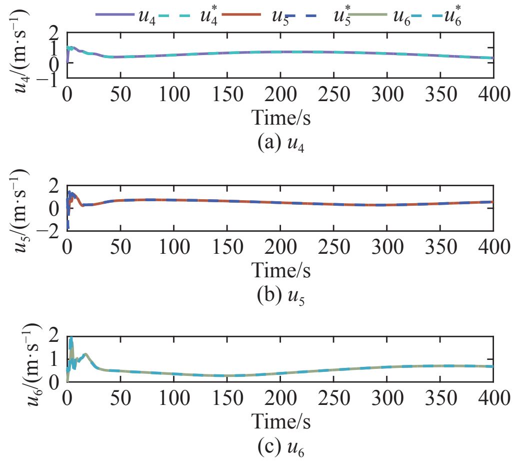

图 8 4#~6# USV 的实际速度和期望速度

Fig. 8 Actual speed and desired speed of 4#-6# USV

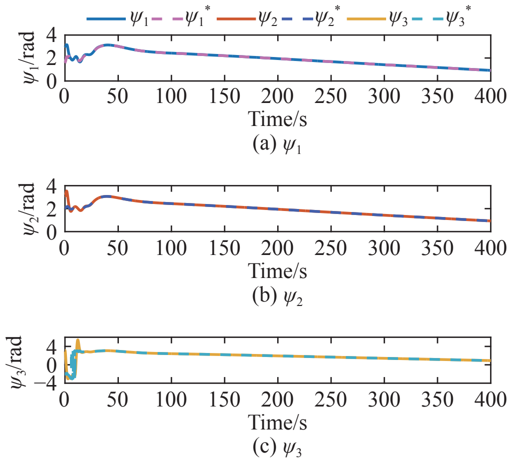

图 9 1#~3# USV 的实际航向和期望航向

Fig. 9 Actual heading and desired heading of 1#-3# USV

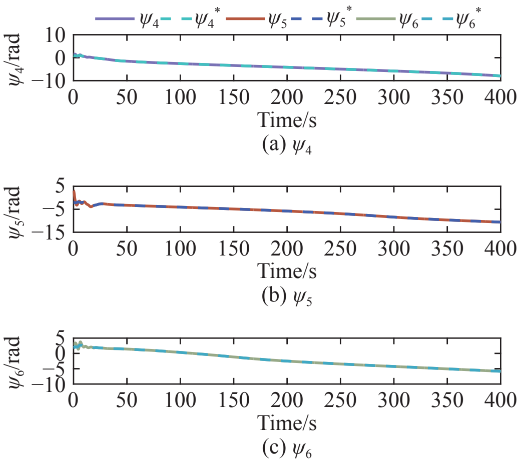

图 10 4#~6# USV 的实际航向和期望航向

Fig. 10 Actual and desired heading of 4#-6# USV

线。图 13 所示为 2 个虚拟领航者路径参数的变化曲线。结合图 4可以看出，由于给定 USV 的初始位置落后于虚拟领航者，为实现虚拟领航者与 USV 间的协同，路径参数以负值更新，以使虚拟领航者向 USV 靠近，当与 USV 接近后开始协同绕图 4 所示的圆环运动。

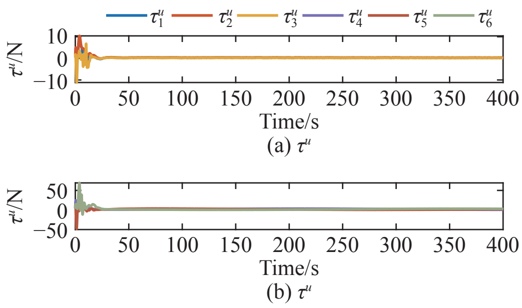

图 11　所有 USV 的在 u 方向的推力控制输入

Fig. 11　Control input of all USVs' thrust in the u direction

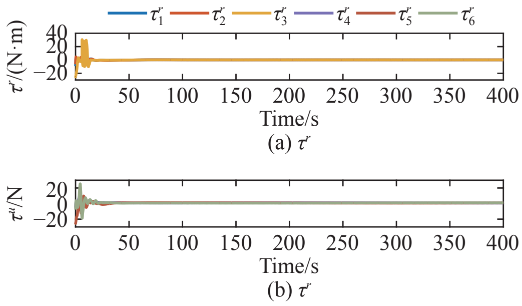

图 12　所有 USV 在 r 方向的力矩控制输入

Fig. 12　Control input of all USVs' torque in the r direction

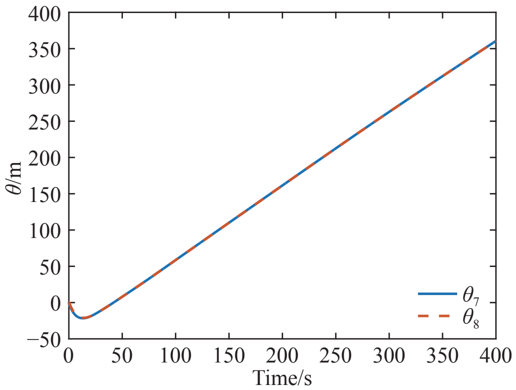

图 13　虚拟领航者的参数更新曲线

Fig. 13　The parameter update curves of virtual leader

5　结　语

本文主要介绍了含有模型不确定性和未知海洋环境扰动时 USV 集群由多领航者导引下无人船集群的分布式时变队形控制问题。首先，在运动学层级，运用包含策略和路径操纵的基本原理，设计了基于邻居信息（位置、前向速度和航向）的分布式时变队形制导律；然后，在动力学层级，设计了基于 ESO 的前向速度和艏摇角速度控制律，估计了 USV 在航行过程中存在的模型不确定性以及未知海洋环境扰动；最后，通过级联系统稳定性分析，证明了无人船集群时变编队闭环控制系统输入状态的稳定性，通过仿真结果也验证了该方法的有效性。

参考文献：

[1] DONG X W, YU B C, SHI Z Y, et al. Time-varying formation control for unmanned aerial vehicles: theories and applications[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2015, 23(1): 340–348.

[2] 金克帆，王鸿东，易宏，等. 海上无人装备关键技术与智能演进展望 [J]. 中国舰船研究，2018, 13(6): 1–8.
JIN K F, WANG H D, YI H, et al. Key technologies and intelligence evolution of maritime UV[J]. Chinese Journal of Ship Research, 2018, 13(6): 1–8 (in Chinese).

[3] 张晓东，刘世亮，刘宇，等. 无人水面艇收放技术发展趋势探讨 [J]. 中国舰船研究，2018, 13(6): 50–57.
ZHANG X D, LIU S L, LIU Y, et al. Review on development trend of launch and recovery technology for USV[J]. Chinese Journal of Ship Research, 2018, 13(6): 50–57 (in Chinese).

[4] LIU L, WANG D, PENG Z H. State recovery and disturbance estimation of unmanned surface vehicles based on nonlinear extended state observers[J]. Ocean Engineering, 2019, 171: 625–632.

[5] PARK B S, YOO S J. An error transformation approach for connectivity-preserving and collision-avoiding formation tracking of networked uncertain underactuated surface vessels[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2019, 49(8): 2955–2966.

[6] HWANG H G, KIM H W, KIM B S, et al. A development of integrated control system for platform equipments of unmanned surface vehicle (USV)[J]. Journal of the Korea Institute of Information and Communication Engineering, 2017, 21(8): 1611–1618.

[7] 余亚磊，苏荣彬，冯旭，等. 基于速变 LOS 的无人船反步自适应路径跟踪控制 [J]. 中国舰船研究，2019, 14(3): 163–171.
YU Y L, SU R B, FENG X, et al. Tracking control of backstepping adaptive path of unmanned surface vessels based on surge-varying LOS[J]. Chinese Journal of Ship Research, 2019, 14(3): 163–171 (in Chinese).

[8] OH H, NIU H, TSOURDOS A, et al. Development of collision avoidance algorithms for the C-Enduro USV[C]// Proceedings of the 19th World Congress. Cape Town, South Africa: The International Federation of Automatic Control (IFAC), 2014: 12174-12181.

[9] 龙洋，王猛. 动力定位船舶模糊解耦定速航行控制算法 [J]. 中国舰船研究，2019, 14(3): 152–157.
LONG Y, WANG M. Fuzzy decoupling constant-velocity navigation control algorithm for dynamic position-

ing ship[J]. Chinese Journal of Ship Research, 2019, 14(3): 152–157 (in Chinese).

[10] PENG Z H, WANG J, WANG D. Distributed maneuvering of autonomous surface vehicles based on neuro dynamic optimization and fuzzy approximation[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2018, 26(3): 1083–109.

[11] DAI S S, HE S D, HAI L, et al. Platoon formation control with prescribed performance guarantees for USVs[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2018, 65(5): 4237–4246.

[12] LI T S, ZHAO R, FANG L Y, et al. Finite-time formation control of under-actuated ships using nonlinear sliding mode control[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2018, 48(11): 3243–3253.

[13] YUAN C Z, LICHT S, HE H B. Formation learning control of multiple autonomous underwater vehicles with heterogeneous nonlinear uncertain dynamics[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2018, 48(10): 2920–2934.

[14] BEARD R W, LAWTON J, HADAEGH F Y. A coordination architecture for spacecraft formation control[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2001, 9(6): 777–790.

[15] KHOSHNAM S. Observer-based neural adaptive formation control of autonomous surface vessels with limited torque[J]. Robotics and Autonomous Systems, 2016, 78: 83–96.

[16] LIU X M, GE S S, GOH C H, et al. Formation potential field for trajectory tracking control of multi-agents in constrained space[J]. International Journal of Control, 2016, 24: 2137–2151.

[17] PENG Z H, GU N, LIU L, et al. Extended state observer design for autonomous surface vehicles using position-yaw measurements[C]//The 4th International Conference on Information, Cybernetics and Computational Social Systems (ICCSS). Dalian, China: IEEE, 2017.

[18] YU X, LIU L. Distributed formation control of nonholonomic vehicles subject to velocity constraints[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2016, 63(2): 1289–1298.

[19] MIAO Z Q, LIU Y H, WANG Y N, et al. Distributed estimation and control for leader-following formations of nonholonomic mobile robots[J]. IEEE Transactions on Automation Science and Engineering, 2018, 115(4): 1946–1954.

[20] DO K D . Formation tracking control of unicycle-type mobile robots with limited sensing ranges[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2008, 16(3): 527–538.

[21] ALMEIDA J, SILVESTRE C, PASCOAL A. Cooperative control of multiple surface vessels in the presence of ocean currents and parametric model uncertainty[J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2010, 20: 1549–65.

[22] FUKO T, NAKAGAWA H, ADACHI N. Adaptive tracking control of a nonholonomic mobile robot[J]. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 2000, 16(5): 609–615.

[23] GUO B, WU Z, ZHOU H. Active disturbance rejection control approach to output-feedback stabilization of a class of uncertain nonlinear systems subject to stochastic disturbance[J]. Transactions on Automation Control, 2016, 61(6): 1613–1618.

[24] LEE S, FUJINO M. Assessment of a mathematical model for the manoeuvring motion of a twin-propeller twin-rudder ship[J]. International Shipbuilding Progress, 2003, 50(1/2): 109–123.

[25] KHALIL H K. Nonlinear control[M]. Upper Saddle River: Prentice Hall, 2015.

[26] SKJETNE R, FOSSEN T I, KOKOTOVIC P V. Adaptive maneuvering, with experiments for a model ship in a marine control laboratory[J]. Automatica, 2005, 41(2): 289–298.